

普通高級中學數學科課程綱要修訂理念與特色

97.01.27 定稿

壹、修訂緣起

一、準備工作

自 95 高中課程暫綱公佈後，教育部在全國設置 23 個學科中心，其中數學學科中心設在台北市建國中學，負責推動 95 高中數學課程暫綱之實施，並建置網站 (<http://140.116.223.225/98course>) 蒐集回饋意見。另外教育部也為 98 高中課綱之修訂與可能的 12 年國教作準備，進行了一系列的高中課程專案研究計畫(詳見前述網站)，並建置「中小學一貫課程體系」，作為 98 高中課綱修訂之指引。其中，數學科完成了「12、15、18 歲數學科能力指標」與「中小學數學科課程綱要評估與發展研究」報告。在「評估與發展」報告中，以「十二年一貫」的觀點，詳細檢視現行的九年一貫課程綱要與 95 高中暫綱的「一貫性」、「銜接性」與「妥適性」，並進行六個國家課綱的比較，包括美國加州、新加坡、英國、日本、韓國、中國等國家。在建置「中小學一貫課程體系」指引中，也進行跨學科之檢視，釐出數學與其他學科之關聯，並整理各學科學習上需要數學的課題與需求該課題知識的時間。

以上四份資料(回饋意見、數學科能力指標、中小學數學科課程綱要評估與發展研究、跨學科關聯性報告)是本次課綱修訂的主要參考文件，其研發過程中皆經過廣泛之意見徵詢；其他參考資料則包括美國、新加坡、中國、英國等他國之高中教科書。相關資料可至數學學科中心網站 <http://mathcourse.ck.tp.edu.tw> 參閱。

二、專業修訂與公共參與

98 高中數學課綱之修訂於 95 年 4 月 1 日啓動，歷經一年有餘。專業小組成員包括數學子領域代表(分析、代數、幾何、機率、統計、離散數學)、九年一貫數學領域課綱代表、師範大學代表、教育心理或數學教育代表、高中教師代表(學科中心、普通高中、完全中學、數學科輔導團、全國教師會等)，修訂小組成員之涵蓋面力求周全與均衡。此外，數學學科中心也扮演支援角色，設置網路意見回饋管道，並共同舉辦焦點座談與公聽會。其中焦點座談舉辦五場，對象為三所師範大學推薦代表、教科書編者、教科書審查委員、大考中心代表與教師代表，以及意見團體(包括教師會、家長會、學生會等)代表；公聽會舉辦三場(北、中、南區各一場)。公聽會之意見先由各校討論提出，以電子郵件寄至學科中心彙整，再派代表至公聽會進行雙向溝通。所有回饋意見彙整分析後，再進行綱要內容的修訂、審查、及再修訂之程序，最後報教育部核定公告。

貳、修訂理念

本次高中數學課綱修訂，揭櫫數學為基礎學科的重要性，釐清高中數學核心內容的定位，以及提出導正高中數學學習文化的理想。茲分述如下：

一、強調數學的基礎性

數學是研究各種規律性所發展出的語言，是人類理性思維的產物，也是自然

科學與社會科學的共同基礎；二十世紀計算機的發明，更促成當代各學科進行「數量化」與「數學化」的革命。因此，數學對學生未來的發展將日益重要。基於各學科知識發展潮流，聯合國教科文組織亦將數學與語文列為終身學習的基礎，學生於高中時期奠定良好的數學根基，對其個人未來及整體社會之發展均十分的重要。

二、界定核心的數學內容

課程綱要之設計，應釐清數學的學習範疇。高中時期所應學習的數學，應界定在由生活上的需要，或是其他學科的需要，所形成的核心內容；也應是大部分學生在循序漸進學習中，得以學會的基礎數學。

三、導正數學學習文化

數學學習應注重數學思考的訓練，須導正「零碎解題技巧堆集」以及「不經慎思只求快速解答」的學習文化。解題固是數學訓練重要的一環，但應注意其意義與方法；題型的情境要合於常理，刁鑽人工化的難題則應予避免。

參、課綱精神與特色

一、本課綱的精神：

- (一) 掌握主要脈絡，建構清晰的數學概念。
- (二) 展現化繁為簡、以簡馭繁的數學思考方法。
- (三) 在演繹之外，加強歸納思維的訓練，並認識數學模型的意義。
- (四) 以圖形與實例，循序漸進，建構抽象思維的內涵。
- (五) 強調數學的應用，凸顯數學的普遍性與本質性。

二、本課綱設計有下列特色：

- (一) 一貫性：為了學習的一貫性，本課綱配合九年一貫數學領域課程內容，掌握幾個主題，包括：「數與量」、「代數」、「幾何」、「函數」、「機率與統計」，由國小、國中之基礎，於高中階段持續鋪陳發展。
- (二) 銜接性：為了學生學習經驗之累積，各主題與國中數學之相關主題均設計了複習、延伸、及再發展新觀念的學習歷程。
- (三) 連結性：為了避免數學學習成為零碎技巧的累積，課綱設計注意數學內部各單元間的連結，以及數學與外部的連結，包括數學與生活的連結，以及數學與其他學科的連結等，也就是要加強數學的應用。
- (四) 妥適性：考量學習的有效性，本課綱特別注意各主題內容是否為必要、章節位置是否妥適、學習速度是否妥當。
- (五) 國際性：本課綱呼應國際上數學科學發展之潮流、以及數學教育發展之趨勢。例如，計算機之發展，促成許多學科數量化的革命，因此「數據分析」以及「數學的應用」，對今日的學子格外重要；而「函數」是表現自然與社會現象中「兩量關係」的語言，在當代國際數學教育中特別受重視，因此在本課綱中，將其列為與「代數」、「幾何」同等地位之主題，由高一起一貫鋪陳，有系統的學習，並銜接至大學的微積分。

肆、修訂差異

一、綱要內容的差異：

(一) 增加備註欄，規範不應列入大考之題材。

(二) 綱要內容差異如下表：

| 高中數學科課程綱要與 95 年課程綱要內容之差異 | | |
|--------------------------|---|---|
| 異動 | 項目 | 理由 |
| 刪除 | 1.最高公因式、最低公倍式、多項式的輾轉相除法 | 經跨國比較，大多數國家未將此題材列為高中必修。 |
| | 2.環狀排列 | 並非必要之題材，且易發展出太難的題型。 |
| | 3.和差化積、積化和差 | 高中數學科、物理科不涉及不同週期之三角函數的疊合，故無必要性，且易發展出太難的題型。 |
| | 4.二次曲線與直線的關係、圓錐曲線的光學性質 | 可在多變量微積分中學習，在高中處理較複雜，國際上亦弱化圓錐曲線之學習。 |
| | 5.球 | 可在多變量微積分中學習，在高中處理較複雜。 |
| | 6.交叉分析 | 涉及聯合機率與兩變元之函數概念，在高中不宜。 |
| 新增 | 1.隨機的意義 | 與國中的相對次數分布圖能結合，屬機率的基本概念，並能較清楚交待現有教材中之期望值、變異量，以及二項分布的概念。 |
| | 2.凹凸性 | 加強函數特徵的認識，但僅作直觀的介紹。 |
| | 3.外積 | 為清楚鋪陳三維體積公式之學習，並與正弦定理相結合，且目前高中已介紹其概念，只是未明確定義。 |
| 章節位置調整 | 1.原數學 IV 之排列組合與古典機率調整到數學 II | a.儘早提供學生在各學科進行量化分析所需要的數學基礎。 b.與生活關聯性較高，應較早學習，此題材對一般高中生均屬需要。 c.調整後不會發生邏輯順序錯置的教學問題。 |
| | 2.原選修數學 I 之條件機率、貝氏定理、相關係數、最小平方法調整到數學 II | 同上。 |

| 高中數學科課程綱要與 95 年課程綱要內容之差異 | | |
|--------------------------|--|---|
| 異動 | 項目 | 理由 |
| | 3.原數學 II 之三角與三角函數分別調整至數學 III 與選修數學甲/乙 I | a.和緩學習坡度，讓學生有時間消化。 b.三角與坐標幾何及平面向量章節靠近，相關觀念較易緊密結合。 c.三角函數的學習包括圓的參數式、波動與複數的極式，都需要較成熟的數學觀念，放在高三列為選修較合適。 |
| | 4.原數學 I 中「含不等式之數學歸納法」及「無窮等比級數」，移至選修數學甲 II、乙 II 之極限章節 | a.在極限章節時才會進行數列大小估計，此時才會用到含不等式的數學歸納法。 b.無窮等比級數涉及極限概念，移到極限章節較恰當。 |
| | 5.原數學 I 之直線移至數學 III | 直線的函數概念「一次函數」保留在數學 I 函數章節中，但直線的幾何概念相關部分移至數學 III 之坐標幾何中，並與平面向量章節靠近，較易建立學生完整的坐標幾何概念。 |
| | 6.原選修數學 I 之線性規劃移至數學 III | 學完直線方程式應有直接的應用，符合課綱之代數、幾何與應用緊密結合的精神。 |
| | 7.原選修數學 I 之矩陣調整至數學 IV | 統一矩陣學習的章節，部分課題加註◎號列為選修。 |
| | 8.演算法（整數的輾轉相除法、二分逼近法）置於數學 II 附錄 | a.整數的輾轉相除法與二分逼近法均屬原有題材，本綱要將其統合為演算法，但有別於過去的教學，此處強調可透過程式語言，在計算機上實現演算法。 b.計算機的發展凸顯了演算法的重要。 c.演算法置於附錄是要提供學生在資訊科技所需要用到的數學基礎。 |
| 強化項目 | 1.分式的運算 | 作為有理函數的學習基礎，分式在生活中應用性高。 |
| | 2.三次以下插值多項式 | 應用性高，並可連結到「查表」之學習。目前插值多項式在高中例題中均已出現，此處僅增加名詞之定義。 |
| | 3.指數模型 | 加強數學與生活的連結。 |

| 高中數學科課程綱要與 95 年課程綱要內容之差異 | | |
|--------------------------|------------------|---------------------------------------|
| 異動 | 項目 | 理由 |
| | 4.線性組合 | 調整分點公式之學習，強調線性組合（向量的分解與合成）之觀念也重要。 |
| | 5.函數的特徵與圖形的連結 | 函數表現具體世界的兩量關係，函數的學習應將其特徵、圖形與應用作緊密的結合。 |
| | 6.平移與伸縮、數據的標準化 | 數學中最基本的化簡方法。 |
| 弱化項目 | 1.一般底的對數操作（換底公式） | 除了 2 與 10 為底的對數，一般底的對數在高中並無必要性。 |
| | 2.排列組合 | 情境不合理或太難的題型會降低學習效率。 |
| | 3.三角恆等式、三角方程式 | 複雜的三角恆等式、三角方程式在高中時無直接用途，且會降低學習效率。 |
| | 4.遞迴關係 | 二階以上遞迴關係在高中時較孤立，在大學的離散數學時候會學。 |

二、選修數學的差異：

- (一) 原選修數學列為標準選修課程，另新增三類選修數學課程：基礎課程、統整課程、進階課程，以提供不同學生之需求。
- (二) 仿美國 AP 課程設計，進階選修課程中之微積分 I、II 可至大學選修。

三、實施方法的差異：

- (一) 新增教科書編者編寫規範與審查注意事項，以利雙方作業。
- (二) 教學進度：新增提供彈性調整教學進度之可能，以滿足不同程度學生之需求。
- (三) 教學設備與資訊：新增科學計算器具使用之規範，以減少繁瑣計算，增加重要數學概念探索的時間及聚焦於數學概念了解的教學。
- (四) 教學評量：
 1. 強調適合學生程度的評量方式，以配合適性學習。
 2. 建議增加考試時間，並鼓勵學生將過程寫下，進行過程評量，以利學生思考的訓練。
 3. 建立優質測驗題型評析機制，以求導正不良之學習文化。

伍、大事紀要

普通高級中學數學科課程綱要修訂分兩階段，一為前置研究階段，二為修訂階段。

一、前置研究階段：

- (一) 進行「中小學數學科課程綱要評估與發展研究」

時間自 94 年 1 月至 6 月。橫向方面進行六個國家數學課綱的比較，包括美國加州、新加坡、英國、日本、韓國、中國等國家。縱向方面則進行九年一貫課程之銜接性、一貫性、妥適性與連結性之研究。完成「中小學數學科課程綱要評估與發展研究」報告並通過審查。報告書參見：<http://140.116.223.225/98course/>

(二) 建置「12、15、18 歲數學科能力指標」：

時間自 94 年 12 月至 95 年 4 月。經過多次專案小組會議，並在 95 年 2 月 15、16、17 日分別在北、中、南召開公聽會。完成「12、15、18 歲數學科能力指標」。相關報告與公聽會紀錄置於：<http://140.116.223.225/98course/>

(三) 進行跨學科的檢視：

95 年 8 月、9 月參與普通高級中學課程各科暫行綱要跨學科(領域)整合研討會，釐出數學與其他學科之關聯，並整理各學科學習上需要數學的課題與需求該課題知識的時間。相關資料置於：<http://140.116.223.225/98course/>

(四) 數學學科中心完成網站建置：

提供平台進行意見蒐集與雙向溝通，其中 95 暫綱回饋意見亦置於網頁：<http://140.116.223.225/98course/>

二、修訂階段：

普通高級中學數學科課程綱要修訂大事紀要

(一) 專案小組會議：

| | 日期 | 地點 | 邀請對象 | 主要工作 |
|--------|--|--------------|--------|---------|
| 專案小組會議 | 95 年：4/8、4/22、5/6、5/20、5/27、6/17、8/1、8/10、8/15、11/11、11/19、12/2、12/17 96 年：4/7、4/15、4/21、5/12、6/24、6/30 | 台大數學系新數館 308 | 專案小組成員 | 修訂數學科綱要 |

(二) 焦點座談與公聽會：

| 場次 | 類別 | 日期 | 地點 | 邀請對象 | 主要工作 |
|----|--------------|------------------|--------------|-----------------------------------|-----------------------------------|
| 北區 | 焦點座談 | 96.5.5 (六)上午 | 台灣師範大學數學系 | 專家學者、教科書編者、審查召集人與資深審查委員 | 徵詢教科書編者與審查委員意見 |
| 北區 | 焦點座談與課綱代表聯席會 | 96.5.12 (六)上午 | 台大數學系新數館 308 | 教師會、家長團體、學生代表、課綱代表聯席會 | 與教師會、家長團體、學生代表進行雙向溝通，並徵詢意見 |
| 北區 | 焦點座談 | 96.5.19 (六)上午 | 建國高中 | 學科中心、輔導團、大考中心副主任、95 暫綱代表、95 暫綱審查人 | 與大考中心研議課綱與大考相關問題，並徵詢學科中心、輔導團教師之意見 |
| 北區 | 公聽會 | 96.5.19 (六)下午 | 建國高中 | 基層教師與社會大眾 | 徵詢北區基層教師與社會大眾意見 |

| 場次 | 類別 | 日期 | 地點 | 邀請對象 | 主要工作 |
|----|------|-----------------|------|------------|-------------------|
| 中區 | 焦點座談 | 96.6.2 (六)上午 | 台中一中 | 專家學者、教科書編者 | 徵詢中區專家學者、教科書編者之意見 |
| 中區 | 公聽會 | 96.6.2 (六)下午 | 台中一中 | 基層教師與社會大眾 | 徵詢中區基層教師與社會大眾意見 |
| 南區 | 焦點座談 | 96.6.9 (六)上午 | 高雄高中 | 專家學者、教科書編者 | 徵詢南區專家學者、教科書編者之意見 |
| 南區 | 公聽會 | 96.6.9 (六)下午 | 高雄高中 | 基層教師與社會大眾 | 徵詢南區基層教師與社會大眾意見 |